

# Resolución de problemas realistas

---

María Luz Callejo de la Vega  
*Departamento de Innovación y Formación Didáctica  
Universidad de Alicante*

22 de febrero de 2011



XII MATEMATIKA  
JARDUNALDIAK -  
MATEMÁTICAS SESTAO

## Resolución de problemas realistas

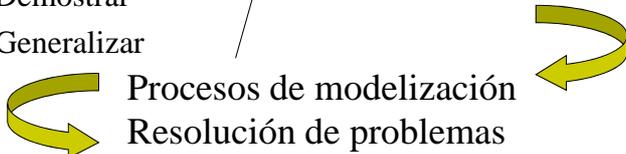
---

1. La matemática como instrumento de conocimiento
2. Uso social de la matemática y educación
3. Resolución de problemas realistas
4. Suspensión del sentido común
5. Creencias y resolución de problemas
6. Importancia de la cultura social de la clase de matemáticas

2

# 1

## La matemática como instrumento de conocimiento

- **La matemática en sí misma:**
    - Definir
    - Clasificar
    - Conjeturar
    - Demostrar
    - Generalizar
  - **Las aplicaciones de la matemática:**
    - En la vida cotidiana
    - En el trabajo
    - En otras ciencias
- 

3

# 2

## Uso social de la matemática y educación

- Informe Cockroft (Gran Bretaña, 1985)
- Matemáticas realistas (Instituto Freudenthal)
- Temas transversales
- Matemáticas y educación para la ciudadanía

4

# 3

## Resolución de problemas realistas

103 estudiantes están en un albergue.  
Las mesas del comedor tienen 20 asientos y hay 15 mesas.  
Si se van completando las mesas sin dejar asientos libres,  
¿cuántas mesas ocuparán?

# 3

## Resolución de problemas realistas

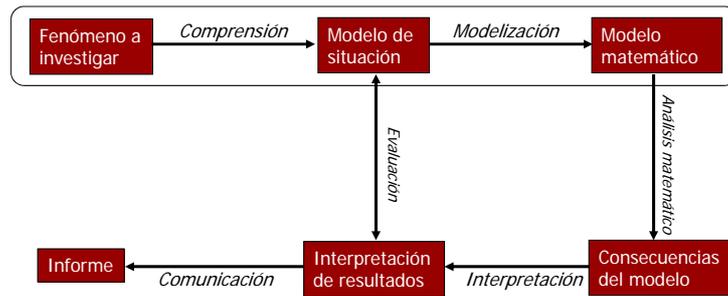
### Estrategias

- Modelización
- Conteo
- Uso de hechos numéricos

6

## 3

## Resolución de problemas realistas



7

## 4

## Suspensión del 'sentido común'

**¿Cuál es la edad del capitán?**

Equipo "Elemental" del IREM de Grenoble

*Boletín de l'APMEP*. N° 323

Abril 1980. pp. 235-243

**Conocimiento cotidiano y modelización matemática de los problemas escolares**

L. Verschaffel, B. Greer y E. de Corte

En: *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education*, pp. 257-276

Kluwer, Dordrecht, 2002

8

**4**

**En un barco van 26 ovejas y 10 cabras,  
¿cuál es la edad del capitán?**

- 97 alumnos de CE1 y CE2
- 76 han dado la edad del capitán utilizando números que aparecen en el enunciado

9

**4**

1. Tengo 4 chupa-chups en mi bolsillo derecho y 9 caramelos en mi bolsillo izquierdo. ¿Cuál es la edad de mi padre?
2. **En un aprisco hay 125 ovejas y 5 perros. ¿Cuál es la edad del pastor?**
3. Un pastor tiene 360 ovejas y 10 perros. ¿Cuál es la edad del pastor?
4. **En una clase hay 12 chicas y 13 chicos. ¿Cuál es la edad de la maestra?**
5. En un barco hay 36 ovejas, 10 caen al agua. ¿Cuál es la edad del capitán?
6. **Hay 7 filas de 4 mesas en la clase. ¿Cuál es la edad de la maestra?**

*¿Qué piensas de cada uno de estos problemas?*

4

	contestan sin expresar duda sobre el problema	responden manifestando alguna duda sobre el problema	dicen que no se puede responder a la cuestión	hacen una evaluación que no tiene en cuenta los datos	entregan la hoja en blanco	total de alumnos
<b>CE</b>	<b>127</b>	<b>16</b>	<b>20</b>	<b>0</b>	<b>8</b>	<b>171</b>
<b>CM</b>	<b>23</b>	<b>13</b>	<b>74</b>	<b>5</b>	<b>3</b>	<b>118</b>

7 clases de CE y 6 clases de CM

4

A una clase de CE2 (28 alumnos) se le ha propuesto sucesivamente los enunciados 5 y 6:

**5. En un barco hay 36 ovejas, 10 caen al agua. ¿Cuál es la edad del capitán?**

**6. Hay 7 filas de 4 mesas en la clase. ¿Cuál es la edad de la maestra?**

De los 28 alumnos:

- 9 se han comportado de forma contradictoria: han afirmado no poder o no saber resolver el problema número 5 pero han resuelto el 6.

12

4		Número 5	Número 6
	Anne	- ¿Cómo se puede saber la edad del capitán? - No se puede saber.	$7 \times 4 = 28$ - La maestra tienen 28 años.
	Nathalie	- No comprendo por qué primero habla de ovejas y luego de un capitán. - Encuentro que este problemas es un poco extraño.	- Pienso que la maestra tiene 28 años porque he hecho $4 \times 7 = 28$ - Pienso que este problemas es bastante sencillo.
	Peter	- ¿Por qué se habla de ovejas y después se pide la edad del capitán? - Pienso que es un poco tonto que se hable de ovejas y después del capitán.	- Pienso que la maestra debe tener 28 años porque $4 \times 7 = 28$ - Pienso que éste es menos tonto que el anterior.

4

A un niño de CE1 se le propone el problema siguiente:

**"Tienes 10 lápices rojos en tu bolsillo izquierdo.  
¿Cuántos años tienes?"**

El niño responde:  
"20 años".

Se le hace notar que el sabe perfectamente que no tiene 20 años y el niño dice:  
"si pero es por tu culpa, no me has dado los números buenos".

14

## 4

Nos podemos preguntar qué es lo que motiva a los alumnos a elegir una operación:

- *¿qué papel juegan las palabras inductoras?*
- *¿cuál es la influencia de los aprendizajes escolares recientes?*
- *¿qué papel juega la verosimilitud del enunciado?*

15

## 4

Extracto de una entrevista a un alumno de CM1

**2. En un aprisco hay 125 ovejas y 5 perros. ¿Cuál es la edad del pastor?**

**Alumno** (tras un momento de duda): Este problema es difícil ... Yo no había reflexionado en que se podía dividir 125 entre 5.

**Maestro:** ¿Habrías podido hacer una suma?

**Alumno:** Sí

**Maestro:** ¿Cuánto habrías encontrado?

**Alumno:** 130.

**Maestro:** ¿Habrías podido hacer una resta?

**Alumno:** Habría encontrado 120.

**Maestro:** ¿Cuál es la edad del pastor? (silencio) ¿Por qué haces una división? (silencio).

**Alumno:** No sé (silencio) porque  $125+5=130$  y es un poco grande y  $125-5=120$  que es también grande mientras que  $125:5=25$  y eso vale pero no sé si está bien.

**Maestro:** ¿Por qué dudas? ¿no estás seguro de que es 25 años?

**Alumno.** Pienso que es 25 años.

16

## 4

- ¿Cómo perciben los alumnos el enunciado de un problema?
- ¿Por qué en el contexto de la clase, como trabajo escrito, un número tan grande de alumnos se ha tomado en serio los enunciados de los problemas “absurdos”?

**Pedir a los alumnos que inventen problemas:**  
Respetan la coherencia de la forma, pero no siempre la coherencia lógica.

17

## 4

Problema creado y resuelto por un niño de sexto:

*Bruno Alain 6A*

Se sabe que un año tiene 48 semanas.

Se sabe que el nenúfar tiene 20 cm de diámetro.

Un estanque tienen 50 m de diámetro. Un nenúfar tarda una semana en reproducirse y se abren las flores en un año, ¿cuántos nenúfares se necesitan para cubrir el estanque?

$$50 \times 70 = 3500 \text{ cm}$$

$$3500 \text{ cm} = 35 \text{ m}$$

Número de metros que faltan para cubrir el estanque:

$$50 - 35 = 15 \text{ m}$$

Número de nenúfares:

$$1 \times 48 = 48$$

Número de nenúfares que tendrían que llenar el estanque:

$$48 : 15 = 31 \text{ nenúfares que habrían debido florecer.}$$

18

## 4

- ¿Cuándo y cómo se enseña a los alumnos a buscar la lógica interna de un texto?

---

- Los problemas con enunciado clásico tienen un lugar en la enseñanza elemental, a condición de eliminar los que el contexto ha convertido en ridículos.

---

- Prestar atención a que lo que la “historia” cuenta tenga un significado para los niños.

19

## 4

Problemas propuestos a alumnos de final de Primaria y comienzo de Secundaria

Versión estandar

Un hombre corta 12 metros de tela en piezas de 1.5 metros cada una, ¿cuántas piezas ha obtenido?

Versión realista

Un hombre necesita una cuerda suficientemente larga para tender entre dos postes que distan 12 metros, pero sólo tiene trozos de 1.5 metros de largo. ¿Cuántos trozos necesitará para unir los dos postes?

## 4

## Problemas propuestos a alumnos de final de Primaria y comienzo de Secundaria

## P1 Problema de los amigos

Carlos tiene 5 amigos y Jorge tiene 6 amigos. Carlos y Jorge deciden ir a una fiesta juntos. Invitan a todos sus amigos y todos van a la fiesta. ¿Cuántos amigos están en la fiesta?

## P2 Problema de los tablones

Esteban ha comprado 4 tablones, cada uno de 2.5 metros de largo. ¿Cuántos tablones de un metro pueden hacerse con estos tablones?

## P3 Problema del agua

¿Cuál será la temperatura del agua en un recipiente si pones en él 1 litro de agua a  $80^\circ$  y 1 litro de agua a  $40^\circ$ ?

## P4 Problema de los autobuses

450 soldados deben trasladarse en autobús para realizar maniobras. Cada autobús puede llevar a 36 soldados. ¿Cuántos autobuses son necesarios?

## P5 Problema del corredor

La mejor marca de Juan cuando corre 100 metros es 17 segundos. ¿Cuánto tardará en recorrer 1 kilómetro?

## 4

## Problemas propuestos a alumnos de final de Primaria y comienzo de Secundaria

## P6 Problema del colegio

Bruno y Alicia van al mismo colegio. Bruno vive a una distancia de 17 kilómetros del colegio y Alicia a 8 kilómetros. ¿A qué distancia vive el uno del otro?

## P7 Problema de los globos

El abuelo le da a sus 4 nietos una caja que contiene 18 globos, que deben repartir equitativamente. ¿Cuántos globos recibirá cada niño?

## P8 Problema de la edad

Rober nació en 1978. Estamos en 2007. ¿Cuál es su edad?

## P9 Problema de la cuerda

Un hombre necesita una cuerda suficientemente larga para tender entre dos postes que distan 12 metros, pero sólo tiene cuerdas de 1.5 metros. ¿Cuántas necesitará para unir los postes?

## P10 Problema del frasco

Este frasco está siendo llenado por un grifo con un flujo constante. Si el agua alcanza 4 cm después de 10 segundos, ¿qué altura alcanzará después de 30 segundos?



# 4

- Efectos de advertir a los estudiantes sobre el contexto de los problemas

---

- Efectos de proponer los problemas en un situación experimental

---

- Cómo inciden los problemas aritméticos escolares en la formación de creencias de los estudiantes acerca de los problemas

23

# 4

## Implementación de un modelo

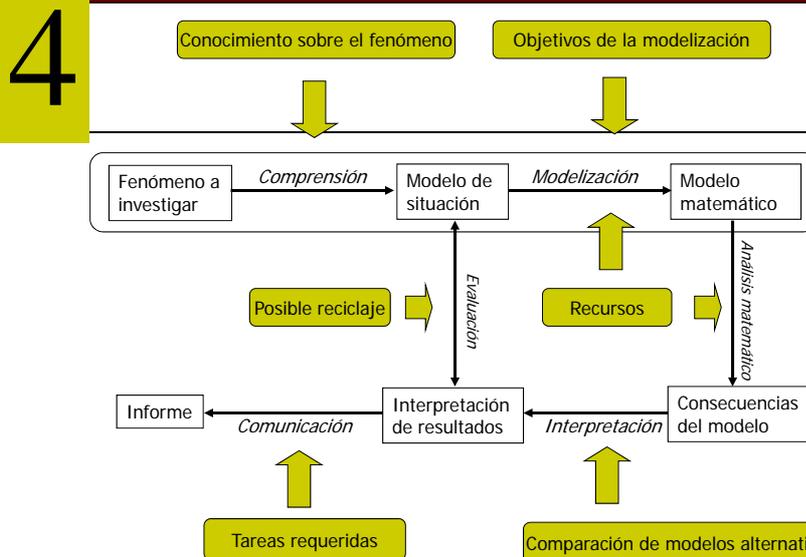
- Proponer problemas realistas no rutinarios para que los estudiantes presten atención a la complejidad de la modelización matemática y distingan entre soluciones realistas y soluciones estereotipadas aplicando las matemáticas
- Potenciar la interacción: trabajo en pequeño grupo, discusión en clase...
- Negociar nuevas normas sociales acerca del papel del profesor y del estudiante en el aula y nuevas normas socioculturales sobre lo que se entiende por un buen problema realista, un buen procedimiento de solución y una buena respuesta

24

## 4 Reconceptualizar los problemas realistas

- Romper la expectativa que cualquier problema aritmético se puede resolver sumando, restando, multiplicando, dividiendo o combinando estas operaciones.
- Eliminar de los libros de textos los problemas estandarizados que pueden ser resueltos utilizando estrategias “superficiales” (p.e. con palabras inductoras de operaciones).
- Variar los problemas de modo que en el enunciado no siempre estén incluidos todos los datos, o que todos los datos no sean necesarios para obtener la solución.
- Suprimir aquellos problemas en los que los datos no se correspondan con el mundo real.
- Legitimar respuestas que no sean una cantidad entera.
- Proponer problemas en los que se puedan dar varias soluciones y discutir las diversas alternativas.
- Dar a los estudiantes la oportunidad de generar problemas por sí mismos.

25



26

## 5

## Creencias y resolución de problemas

**Matemáticas para aprender a pensar: El papel de las creencias en la resolución de problemas**

A. Vila y M.L. Callejo  
Narcea, Madrid, 2004

27

## 5

## Creencias y resolución de problemas

- El otro día fui a una tienda a comprar unos muebles que valían 500 euros.  
El sistema de pago que tienen en aquella tienda es el siguiente:  
la mitad lo pagas en el momento de llevarte los muebles;  
la mitad de lo que queda lo pagas al cabo de un mes;  
y el resto lo pagas repartido en tres plazos, en cada uno de los cuales te cargan 12 euros en concepto de intereses financieros.  
Al final, cuando haya acabado de pagar los muebles, ¿cuánto habré pagado en total?

28

- Paguem a l'acte 40.000 ptes ( $=80.000 : 2$ )  
 Paguem al cap d'un mes 20.000 ptes ( $=40.000 : 2$ )  
 En els tres pagaments paguem a cada un :  
 $20.000 : 3 = 6.666'6$  (que pagariem en "brut")  
 $6.666'6 + 2.000 = 8.666'6$  (que paguem en cada  
 pagament)  
 $8.666 \times 2 = 25.999'8 + 40.000 + 20.000 = 85.999'8$   
 R- En total fem pagar 85.999'8

M.L. CALLEJO, 2007

29

## 5

### Creencias y resolución de problemas

- Con la finalidad de hacer un "record Guinness", queremos organizar una gran merienda para la fiesta mayor de Reus, invitando a los 2.604 alumnos de 1º de ESO de toda la comarca. Por cada 24 alumnos deberá haber un profesor acompañante, que también invitaremos a merendar. Es la hora de poner las mesas, y en cada una de ellas caben 16 personas. ¿Cuántas mesas necesitaremos como mínimo para que quepan todos los alumnos y profesores?

30

---

$$\begin{array}{r} 2604 \overline{) 1228} \\ 2048 \phantom{00} \\ \hline 120 \phantom{00} \\ \phantom{00} 00 \end{array}$$

← Pensar en nombre de "profes" que hi van

Hi van 103 profes porque no poden partir (no un per la meitat).

$$\begin{array}{r} 103 \overline{) 116} \\ 106 \phantom{00} \\ \hline 06 \phantom{00} \\ \phantom{00} 00 \end{array}$$

← Pensar el nombre de taules que fan falta

fan falta 6 taules de 16 persones (tampoc podem partir les taules per la meitat!).

M.L. CALLEJO, 2007
31

5

## Creencias y resolución de problemas

- El otro día fui a una tienda a comprar unos muebles que valían 500 euros. El sistema de pago que tienen en aquella tienda es el siguiente: la mitad lo pagas en el momento de llevarte los muebles; la mitad de lo que queda lo pagas al cabo de un mes; y el resto lo pagas repartido en tres plazos, en cada uno de los cuales te cargan 12 euros en concepto de intereses financieros. Al final, cuando haya acabado de pagar los muebles, ¿cuánto habré pagado en total?
- Con la finalidad de hacer un "record Guinness", queremos organizar una gran merienda para la fiesta mayor de Reus, invitando a los 2.604 alumnos de 1º de ESO de toda la comarca. Por cada 24 alumnos deberá haber un profesor acompañante, que también invitaremos a merendar. Es la hora de poner las mesas, y en cada una de ellas caben 16 personas. ¿Cuántas mesas necesitaremos como mínimo para que quepan todos los alumnos y profesores?

- Suman al precio de los muebles los tres recargos:  
9 de 61 (15%)
- Resuelven el problema sumando los cinco plazos:  
42 de 61 (69%)

- Diferencian entre los resultados de los cálculos que hay que realizar y la solución del problema:  
25 de 61 (41%)
- No tienen en cuenta el significado del resto de la división:  
12 de 61 (20%)

32

## 6 Importancia de la cultura social de la clase de matemáticas

---

1. *La naturaleza de las tareas matemáticas propuestas a los estudiantes.*
2. *El papel del profesor.*
3. *La cultura social del aula.*
4. *Los recursos matemáticos como soporte del aprendizaje.*
5. *La equidad y la accesibilidad.*

33